

	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سئوالات درس: جبر و احتمال
	نوبت: اول گروه: -	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۵	دبیرستان: شهید بهشتی کرمانشاه	سال سوم آموزش متوسطه دوره دوم
	طراح: صیدی	استان: کرمانشاه - ناحیه ۱	نام کلاس و شماره آمار:	نام و نام خانوادگی:

بارم	سئوالات	ردیف
۱/۵	$\frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$ <p>با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید:</p>	۱
۱/۵	<p>با استفاده از اصل استقرای ریاضی تعمیم یافته ابتدا عدد طبیعی مناسب <math>m</math> رابیابید، سپس برای هر عدد طبیعی <math>n (n \geq m)</math> ثابت کنید. <math>2^n &lt; n!</math></p>	۲
۱	<p>اصل استقرای ریاضی در مورد حکم <math>1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} &lt; \frac{5n}{12}</math> برای اعداد طبیعی <math>n \geq m</math> برقرار است. کوچکترین مقدار <math>m</math> کدام است.</p> <p style="text-align: center;">۷ (۴)                  ۶ (۳)                  ۵ (۲)                  ۴ (۱)</p>	۳
۱	<p>با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید؛ حاصل تفاضل توان‌های چهارم هر دو عدد فرد مضرب ۱۶ است.</p>	۴

۱	<p>۵ کدام حکم مثال نقض دارد؟ برای آن مثالی بیاورید.</p> <p>الف) اگر <math>x</math> و <math>y</math> دو عدد گنگ باشند آنگاه <math>\frac{x+y}{2x-y}</math> گنگ است.</p> <p>ب) به ازای هر عدد گنگ <math>x</math>، عدد <math>\frac{x+2}{3x-5}</math> گنگ است.</p>	۵
۰/۵	<p>۶ کدام عدد کلیت حکم « هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت. » را نقض می کند؟</p> <p>(۱) ۴۰      (۲) ۲۷      (۳) ۶۴      (۴) ۱۲۵</p>	۶
۱	<p>۷ به روش اثبات بازگشتی ثابت کنید به ازای هر دو عدد حقیقی مثبت <math>x</math> و <math>y</math> :</p> $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$	۷
۱	<p>۸ اگر <math>\sqrt{5}</math> گنگ باشد ثابت کنید <math>\sqrt{3+\sqrt{5}}</math> گنگ است.</p>	۸
۱	<p>۹ نشان دهید هر زیرمجموعه‌ی <math>(n+1)</math> عضو از مجموعه‌ی <math>\{1, 2, 3, \dots, 2n\}</math> حداقل دو عضو دارد که تفاضل آن‌ها برابر <math>n</math> است.</p>	۹

۱	<p>در یک دبیرستان ۵۶۳ نفری :</p> <p>(۱) حداقل چند نفر در روز یکشنبه متولد شده‌اند؟</p> <p>(۲) حداقل چند نفر در یک روز هفته متولد شده‌اند؟</p>	۱۰
۱/۵	<p>اگر <math>n \in N</math> و <math>A_n = \{m \in Z \mid m \geq -n, 2^m \leq n\}</math> آن‌گاه <math>\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n - \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n</math> را به دست آورید.</p>	۱۱
۰/۵	<p>حاصل عبارت <math>A \cap (B \Delta A')</math> برابر کدام است.</p> <p>(۱) <math>A</math>      (۲) <math>B</math>      (۳) <math>U</math>      (۴) <math>A \cap B</math></p>	۱۲
۰/۵	<p>اگر <math>(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)</math>، کدام صحیح است.</p> <p>(۱) <math>A \subseteq C</math>      (۲) <math>C \subseteq A</math>      (۳) <math>A = C</math>      (۴) <math>C = \phi</math></p>	۱۳
۱/۵	<p>قضیه: (۱) <math>(A \cap B)' = A' \cup B'</math></p> <p>(۲) <math>\phi</math> زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.</p>	۱۴

۱	مجموعه‌ی $A = \left\{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\right\}$ را با یک گزاره‌نما بنویسید.	۱۵
۱/۵	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$	۱۶
۱/۵	اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z},  x  < 2\}$ و $B = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 \leq k < 0\}$ ، مجموعه‌ی $A^c - (A \times B)$ را مشخص کنید.	۱۷
۱/۵	رابطه‌ی زیر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است. نمودار آن را رسم کنید. $R = \{(x, y) \mid x^y + y^x \leq 9, y \geq \sin x\}$	۱۸